

УДК 627.324.2/3:532.72

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВПЛИВУ ХІМІЧНОЇ СУФОЗІЇ НА ФІЛЬТРАЦІЙНУ КОНСОЛІДАЦІЮ ЗАСОЛЕНИХ ГРУНТІВ В ТРИВИМІРНОМУ ВИПАДКУ

© О. Р. Мічута, А. П. Власюк, П. М. Мартинюк

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ВОДНОГО ГОСПОДАРСТВА ТА ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ
ФАКУЛЬТЕТ ПРИКЛАДНОЇ МАТЕМАТИКИ ТА КОМП'ЮТЕРНО-ІНТЕГРОВАНІХ СИСТЕМ
ВУЛ. СОВОРНА 11, М. РІВНЕ, 33028, УКРАЇНА
E-MAIL: *michuta@ukr.net*

Abstract. Mathematical model of consolidation of soil has been improved taking into account their salinity and chemical erosion. Numerical solution of the corresponding three-dimensional boundary value problem has been found by the radial basis functions method.

ВСТУП

Актуальність дослідження процесів фільтраційної консолідації ґрунтів, у зв'язку з розвитком будівельної галузі, не зменшується. Їх (процесів) класичні математичні моделі наведено в роботі [5]. Разом з цим при зростанні впливу техногенних факторів на ґрунтові основи цивільних та промислових об'єктів виникає необхідність в удосконаленні відповідних математичних моделей. Математичні моделі фільтраційної консолідації з урахуванням впливу тепло-масопереносу побудовано в роботах [2, 3]. Однак, явищ хімічної суфозії в цих роботах враховано не було.

Інтенсивний розвиток промисловості та енергетики призводить до забруднення ґрунтів і ґрунтових вод різними хімічними речовинами. З часом ці речовини розчиняють хімічні сполуки ґрунту і дані розчинені сполуки в процесі фільтрації виносяться з пористого середовища. Цей процес називається хімічною суфозією. Процес хімічної суфозії здійснює значний негативний вплив на міцнісні характеристики ґрунту, а це може призвести до деформації споруд і аварійних ситуацій внаслідок просідання ґрунту [7, 9]. Метою даної статті є вдосконалення математичної моделі консолідації ґрунтів з урахуванням їх засоленості. В даному випадку просідання ґрунту зумовлюється не лише розсіюванням надлишкових напорів в поровій рідині, але і розчиненням твердих частинок скелету ґрунту — хімічної суфозії. Цей факт також має відобразитись в побудованій математичній моделі.

Іншим важливим питанням є відшукання розв'язків відповідних крайових задач, якими описуються побудовані математичні моделі. В роботі [2] для відшукання чисельних розв'язків використано методи скінченних різниць та скінченних елементів.

Вони відносяться до класу так званих сіткових методів. Для їх застосування розрахункову область потрібно покрити геометричною сіткою – множиною вузлів із наперед визначеними взаємозв'язками між ними. Інколи із всіх ресурсів, затрачених на розв'язання задачі, 70% займає саме підзадача побудови геометричної сітки. Ще більше вказана проблема ускладнюється, якщо розглядати просторові задачі. В роботі [3] до даного класу задач запропоновано застосувати безсіткові методи, зокрема, метод радіальних базисних функцій [10]. Саме це і обумовлює вибір чисельного методу в даній статті.

1. МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ЗАДАЧІ

Розглянемо тривимірну задачу фільтраційної консолідації масиву засоленого ґрунту в області Ω з межею Γ під впливом миттєво прикладеного незмінного у часі зовнішнього навантаження інтенсивністю $q(x, y)$. Математичну модель вказаної задачі з урахуванням хімічної суфозії в неізотермічних умовах можна описати наступною крайовою задачею [2, 3]:

$$\frac{(1+e)(1+2\xi)}{3\gamma a} [\nabla \cdot (\mathbf{K}_h(\mathbf{c}, \mathbf{N}, T) \nabla h - \mathbf{K}_c(\mathbf{c}) \nabla c - \mathbf{K}_T \nabla T)] + \quad (1)$$

$$+ \frac{\varepsilon(1+e)(1+2\xi)}{3\gamma \rho_s a} \left(n \frac{\partial c}{\partial t} - e \frac{\partial N}{\partial t} \right) = \frac{\partial h}{\partial t}, \quad \mathbf{X} \in \Omega, \quad t > 0,$$

$$\nabla \cdot (\mathbf{D} \nabla c) + \nabla \cdot (\mathbf{D}_T \nabla T) - (\mathbf{u}, \nabla c) = n \frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial N}{\partial t}, \quad \mathbf{X} \in \Omega, \quad t > 0, \quad (2)$$

$$\nabla \cdot (\lambda \nabla T) - \rho c_p (\mathbf{u}, \nabla T) = c_T \frac{\partial T}{\partial t}, \quad \mathbf{X} \in \Omega, \quad t > 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} = -\gamma_m (C_m - c) N^\alpha, \quad \mathbf{X} \in \bar{\Omega}, \quad t > 0, \quad (4)$$

$$\mathbf{u} = -\mathbf{K}_h(\mathbf{c}, \mathbf{N}, T) \nabla h + \mathbf{K}_c(\mathbf{c}) \nabla c + \mathbf{K}_T \nabla T, \quad (5)$$

$$\mathbf{q}_c = \mathbf{u}c - \mathbf{D} \nabla c - \mathbf{D}_T \nabla T, \quad (6)$$

$$\mathbf{q}_T = \rho c_p \mathbf{u}T - \lambda \nabla T, \quad (7)$$

$$\begin{aligned} h(\mathbf{X}, 0) &= H_0(\mathbf{X}), \quad c(\mathbf{X}, 0) = C_0(\mathbf{X}), \\ T(\mathbf{X}, 0) &= T_0(\mathbf{X}), \quad N(\mathbf{X}, 0) = N_0(\mathbf{X}), \quad \mathbf{X} \in \bar{\Omega}, \end{aligned} \quad (8)$$

$$(\mathbf{u}, \mathbf{n})|_{\Gamma_u} = 0, \quad h|_{\Gamma_h} = H_1(\mathbf{X}, t), \quad \mathbf{X} \in \Gamma_h, \quad (9)$$

$$(\mathbf{q}_c, \mathbf{n})|_{\Gamma_q^c} = 0, \quad c|_{\Gamma_c} = C_1(\mathbf{X}, t), \quad \mathbf{X} \in \Gamma_c, \quad (10)$$

$$(\mathbf{q}_T, \mathbf{n})|_{\Gamma_q^T} = 0, \quad T|_{\Gamma_T} = T_1(\mathbf{X}, t), \quad \mathbf{X} \in \Gamma_T, \quad (11)$$

$$\frac{dl(t)}{dt} = - \int_{l(t)}^{\varphi(x,y)} \frac{1}{(\rho_s - (1+e)N)(1+e)} \left(\frac{3\gamma\rho_c a}{1+2\xi} \frac{\partial h(x,y,\zeta,t)}{\partial t} - \right. \quad (12)$$

$$\left. - \gamma_m (1+e) (C_m - c(x,y,\zeta,t)) N^\alpha(x,y,\zeta,t) \right) d\zeta,$$

де $\bar{\Omega} = \Omega \cup \Gamma$, $\Gamma = \Gamma_u \cup \Gamma_h = \Gamma_q^c \cup \Gamma_c = \Gamma_q^T \cup \Gamma_T$, $\Gamma_u \cap \Gamma_h = \emptyset$, $\Gamma_q^c \cap \Gamma_c = \emptyset$, $\Gamma_q^T \cap \Gamma_T = \emptyset$, $t \in (0; t_0]$; c – концентрація солей в рідкій фазі; h – надлишковий напір; N – концентрація солей у твердій фазі; T – температура; n – пористість ґрунту; e – коефіцієнт пористості; ρ_s – густина солей у твердій фазі; c_ρ – питома теплоємність порового розчину; C_m – концентрація граничного насичення в рідкій фазі; γ_m – коефіцієнт швидкості масообміну; $\mathbf{K}_h(\mathbf{c}, \mathbf{N}, T) = \{k_{hij}(c, T, N)\}$, $\mathbf{K}_c(c) = \{k_{cij}(c)\}$, $\mathbf{K}_T = \{k_{Tij}\}$, $\mathbf{D} = \{D_{ij}\}$, $\mathbf{D}_T = \{(D_T)_{ij}\}$, $\lambda = \{\lambda_{ij}\}$, $i, j = \overline{1, 3}$, – коефіцієнти (тензори) фільтрації, хімічного осмосу, термічного осмосу, дифузії, термодифузії, теплопровідності відповідно; $\mathbf{u} = (u_1; u_2; u_3)$ – вектор швидкості фільтрації сольового розчину; \mathbf{n} – вектор напрямних косинусів зовнішньої нормалі; α – коефіцієнт, що залежить від характеру засолення твердої фази [1]. Параметр ε набуває значення 0, якщо наявність солей не враховується і 1, якщо наявність солей враховується.

Оскільки швидкість руху твердих частинок ґрунту значно менша за швидкість фільтрації, то в узагальненому законі Дарсі-Герсеванова (5) знехтувана швидкість руху твердої фази ґрунту.

Умова (12) є кінематичною граничною умовою на верхній рухомій межі ґрунту, який консолидується. Однак в ній, на відміну від аналогічної умови [2], враховано просідання за рахунок масообмінних процесів між рідкою та твердою фазами ґрунту. Функція $z = l(x(t), y(t), t)$ описує положення точок верхньої рухомої межі масиву ґрунту, а $z = \varphi(x, y)$ – положення точок нижньої нерухомої межі масиву ґрунту. Також відмітимо, що (12) виведено лише при урахуванні вертикальних зміщень ґрунту.

2. ЧИСЕЛЬНЕ РОЗВ'ЯЗАННЯ КРАЙОВОЇ ЗАДАЧІ

Чисельний розв'язок крайової задачі (1)–(12) знайдено методом радіальних базисних функцій [3, 10]. Для цього покриємо замикання $\bar{\Omega} = \Omega \cup \Gamma$ області Ω вузловими точками (x_j, y_j, z_j) , $j = \overline{1, m}$. Наближені розв'язки крайової задачі (1)–(12) шукаємо у вигляді

$$\begin{aligned} h(\mathbf{X}, t) &\approx \sum_{j=1}^m h_j(t) \varphi_j(r_j, \varepsilon_h), c(\mathbf{X}, t) \approx \sum_{j=1}^m c_j(t) \varphi_j(r_j, \varepsilon_C), \\ T(\mathbf{X}, t) &\approx \sum_{j=1}^m T_j(t) \varphi_j(r_j, \varepsilon_T), N(\mathbf{X}, t) \approx \sum_{j=1}^m N_j(t) \varphi_j(r_j, \varepsilon_N), \end{aligned} \quad (13)$$

де $\varepsilon_h > 0$, $\varepsilon_C > 0$, $\varepsilon_T > 0$, $\varepsilon_N > 0$ – параметри форми; $\varphi_j(r_j, \varepsilon)$ – радіальні базисні функції; $h_j(t)$, $c_j(t)$, $N_j(t)$, $T_j(t)$ – невідомі коефіцієнти, які залежать від часу,

$$r_j = \sqrt{(x - x_j)^2 + (y - y_j)^2 + (z - z_j)^2}, \quad j = \overline{1, m}.$$

Покриємо замикання $\bar{\Omega} = \Omega \cup \Gamma$ області Ω колокаційними точками (x_i, y_i, z_i) , $i = \overline{1, s}$, $s \geq m$, де s^Ω – множина номерів колокаційних точок, які лежать в області Ω , s^Γ – множини номерів колокаційних точок, які лежать на відповідних частинах межі Γ . Наприклад, s^{Γ_u} – множина номерів колокаційних точок, які лежать на межі Γ_u . Тобто, $s = s^\Omega \cup s^{\Gamma_u} \cup s^{\Gamma_h} = s^\Omega \cup s^{\Gamma_c} \cup s^{\Gamma_e} = s^\Omega \cup s^{\Gamma_q} \cup s^{\Gamma_T}$. Введемо позначення

$$r_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2}, \quad j = \overline{1, m}, \quad i = \overline{1, s}, \quad s \geq m.$$

Підставляючи (13) в рівняння (1)–(4), початкові умови (8) та граничні умови (9)–(11), і використовуючи метод колокації в точці [10], отримуємо задачу Коші для системи нелінійних диференціальних рівнянь відносно векторів невідомих $\mathbf{H}(t) = \{h_j(t)\}_{j=1}^m$, $\mathbf{C}(t) = \{c_j(t)\}_{j=1}^m$, $\mathbf{N}(t) = \{N_j(t)\}_{j=1}^m$, $\mathbf{T}(t) = \{T_j(t)\}_{j=1}^m$:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}^{(1)} \frac{d\mathbf{H}}{dt} + \mathbf{L}^{(1)}(\mathbf{C}, \mathbf{N}, \mathbf{T}) \mathbf{H} = & \quad (14) \\ = \mathbf{K}^{(1)} \frac{d\mathbf{N}}{dt} + \mathbf{S}^{(1)} \frac{d\mathbf{C}}{dt} + \mathbf{S}'^{(1)} \mathbf{C} + \mathbf{R}^{(1)} \mathbf{T} + \mathbf{F}^{(1)}, \end{aligned}$$

$$\mathbf{M}^{(2)} \frac{d\mathbf{C}}{dt} + \mathbf{L}^{(2)}(\mathbf{C}, \mathbf{N}, \mathbf{T}) \mathbf{C} = \mathbf{K}^{(2)} \frac{d\mathbf{N}}{dt} + \mathbf{R}^{(2)} \mathbf{T} + \mathbf{F}^{(2)}, \quad (15)$$

$$\mathbf{M}^{(3)} \frac{d\mathbf{T}}{dt} + \mathbf{L}^{(3)}(\mathbf{C}, \mathbf{N}, \mathbf{T}) \mathbf{T} = \mathbf{F}^{(3)}, \quad (16)$$

$$\mathbf{M}^{(4)} \frac{d\mathbf{N}}{dt} = \mathbf{L}^{(4)}(\mathbf{C}, \mathbf{N}^\alpha), \quad (17)$$

$$\tilde{\mathbf{M}}^{(1)} \mathbf{H}_0 = \tilde{\mathbf{F}}^{(1)}, \tilde{\mathbf{M}}^{(2)} \mathbf{C}_0 = \tilde{\mathbf{F}}^{(2)}, \tilde{\mathbf{M}}^{(3)} \mathbf{T}_0 = \tilde{\mathbf{F}}^{(3)}, \tilde{\mathbf{M}}^{(4)} \mathbf{N}_0 = \tilde{\mathbf{F}}^{(4)}, \quad (18)$$

де

$$\mathbf{M}^{(k)} = \left\{ m_{ij}^{(k)} \right\}_{i=1, j=1}^{s, m}, \tilde{\mathbf{M}}^{(k)} = \left\{ \tilde{m}_{ij}^{(k)} \right\}_{i=1, j=1}^{s, m}, \tilde{\mathbf{F}}^{(k)} = \left\{ \tilde{f}_i^{(k)} \right\}_{i=1}^s,$$

$$\mathbf{L}^{(k)} = \left\{ l_{ij}^{(k)} \right\}_{i=1, j=1}^{s, m}, k = \overline{1, 4}; \mathbf{S}'^{(1)} = \left\{ s'_{ij} \right\}_{i=1, j=1}^{s, m},$$

$$\mathbf{S}^{(1)} = \left\{ s_{ij}^{(1)} \right\}_{i=1, j=1}^{s, m}; \mathbf{S}^{(k)} = \left\{ r_{ij}^{(k)} \right\}_{i=1, j=1}^{s, m},$$

$$\mathbf{K}^{(k)} = \left\{ k_{ij}^{(k)} \right\}_{i=1, j=1}^{s, m}, k = 1, 2; \mathbf{F}^{(k)} = \left\{ f_i^{(k)} \right\}_{i=1}^s, k = \overline{1, 3}.$$

Елементи системи рівнянь (14)–(17) визначаються однотипно, але досить громіздко. Тому наведемо їх лише для (16), що відповідає рівнянню теплопровідності:

$$m_{ij}^{(3)} = -c_T \varphi_j(r_{ij}, \varepsilon_T), \quad i \in s^\Omega;$$

$$l_{ij}^{(3)} = \begin{cases} \nabla \cdot (\lambda \nabla \varphi_j(r_{ij}, \varepsilon_T)) - c_\rho(\mathbf{u}, \nabla \varphi_j(r_{ij}, \varepsilon_T)), & i \in s^\Omega; \\ \varphi_{ij}(r_{ij}, \varepsilon_T), & i \in s^{\Gamma_T}; \\ (\lambda \nabla \varphi_j(r_{ij}, \varepsilon_T), \mathbf{n}), & i \in s^{\Gamma_q}. \end{cases}$$

Елементи матриць третьої із СЛАР (18) визначаються, як

$$\tilde{m}_{ij}^3 = \varphi_j(r_{ij}, \varepsilon), \quad \tilde{f}_i^{(3)} = T_0(x_i, y_i, z_i), \quad i = \overline{1, s}, j = \overline{1, m}.$$

Для дискретизації нелінійних рівнянь (14)–(16) по часу з кроком τ використаємо повністю неявну різницеву схему, лінійну відносно шуканих функцій [2, 3, 8]. Для системи (16) вона має вигляд

$$\mathbf{M}^{(3)} \frac{\mathbf{T}^{(k+1)} - \mathbf{T}^{(k)}}{\tau} + \mathbf{L}^{(3)}(\mathbf{C}^{(k)}, \mathbf{N}^{(k)}, \mathbf{T}^{(k)}) \mathbf{T}^{(k+1)} = \mathbf{F}^{(3)}(t_k), \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

Для дискретизації нелінійного диференціального рівняння (17) в часі використаємо метод Ньютона [8]

$$\mathbf{M}^{(4)} \frac{\mathbf{N}^{(k+1)} - \mathbf{N}^{(k)}}{\tau} = \alpha \mathbf{L}^{(4)}(\mathbf{C}^{(k)}, \mathbf{N}^{\alpha-1}(t_k)) (\mathbf{N}^{(k+1)} - \mathbf{N}^{(k)}) +$$

$$+ \mathbf{L}^{(4)}(\mathbf{C}^{(k)}, \mathbf{N}^\alpha(t_k)), \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

Отриману після дискретизації задачі Коші (14)–(18) СЛАР розв'язували методом найменших квадратів [6]. В процесі консолідації та хімічної суфозії розміри області Ω змінюються. Тому на кожному часовому шарі необхідно перераховувати координати вузлових та колокаційних точок. Для цього використаємо кінематичну умову (12), згідно якої маємо

$$\frac{z^{(k+1)} - z^{(k)}}{\tau} = - \int_{z^{(k)}}^{\varphi(x,y)} \mathbf{F}(\mathbf{C}^{(k+1)}, \mathbf{N}^{(k+1)}, \mathbf{h}^{(k+1)}) d\zeta,$$

де $(x, y, z^{(k)})$ — координати деякої точки області консолідації при $t = t^{(k)}$, $(x, y, z^{(k+1)})$ — координати даної точки на наступному часовому шарі. Змінна інтегрування ζ пробігає вертикальний відрізок від початкового положення точки $z^{(k)}$ до нижньої нерухої межі $z = \varphi(x, y)$ масиву ґрунту. Підінтегральна функція визначається згідно (12).

3. РЕЗУЛЬТАТИ ЧИСЕЛЬНИХ ЕКСПЕРИМЕНТІВ

Розглянемо тривимірну задачу фільтраційної консолідації масиву засоленого ізотропного за своїми характеристиками глинистого ґрунту форми прямокутного паралелепіпеда з довжиною ребер 22 м, 22 м, 11 м (рис. 1). Межу ABCD позначимо як Γ_1 , $A_1B_1C_1D_1$ – Γ_3 , ABC_1D_1 і CDC_1D_1 – Γ_4 , ADA_1D_1 та BCB_1C_1 – Γ_5 , область KLMN – Γ_2 . Граничні умови в чисельних експериментах візьмемо наступними:

$$\begin{aligned} (\mathbf{u}, \mathbf{n})|_{\Gamma_2 \cup \Gamma_3} &= 0, \quad h(\mathbf{X}, t)|_{\Gamma_1} = 0, \quad t > 0, \\ \frac{\partial h}{\partial x}\Big|_{\Gamma_4} &= \frac{\partial h}{\partial y}\Big|_{\Gamma_5} = 0, \quad \frac{\partial c}{\partial z}\Big|_{\Gamma_1 \cup \Gamma_3} = \frac{\partial c}{\partial y}\Big|_{\Gamma_5} = \frac{\partial c}{\partial x}\Big|_{\Gamma_4} = 0, \quad t > 0, \\ c(\mathbf{X}, t)|_{\Gamma_2} &= C_1(\mathbf{X}, t), \quad \mathbf{X} \in \Gamma_2, \quad \frac{\partial T}{\partial z}\Big|_{\Gamma_3} = \frac{\partial T}{\partial y}\Big|_{\Gamma_5} = \frac{\partial T}{\partial x}\Big|_{\Gamma_4} = 0, \quad t > 0, \\ T(\mathbf{X}, t)|_{\Gamma_1} &= T_1(\mathbf{X}, t), \quad \mathbf{X} \in \Gamma_1, \quad T(\mathbf{X})|_{\Gamma_2} = 30^0C, \quad t > 0. \end{aligned}$$

В області KLMN ґрунту прикладається зовнішнє навантаження інтенсивністю $q=20 \cdot 10^4$ кг/м²доба. Область KLMN – квадрат зі сторонами, паралельними відповідним осям координат при $x \in [6, 16]$ та $y \in [6, 16]$.

Значення коефіцієнтів та відомих функцій приймаються наступними:

$$\begin{aligned} e &= 0.7, \alpha = 0.5, a = 5 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{Н}, \rho_s = 2000 \text{ кг}/\text{м}^3, C_m = 350 \text{ г}/\text{л}, \\ \lambda_{ii} &= 108 \text{ кДж} (m \cdot ^0C \cdot \text{доба}), C_\rho = 4, 2 \text{ кДж} (kg \cdot ^0C), T_2(t) = 50^0C, \\ D_{ii} &= 0.02 \text{ м}^2/\text{доба}, D_{Tii} = 0.002 \text{ м}^2/\text{доба}, i = \overline{1, 3}, \\ C_1(t) &= C_m, \gamma_m = 6.5 \cdot 10^{-4} \text{ доба}^{-1}, C_0(x) = 8 \text{ г}/\text{л}, C_T = 2137 \text{ кДж} (m^3 \cdot ^0C), \\ K_{cii} &= 2.8 \cdot 10^{-6} \text{ м}^5 / (kg \cdot \text{доба}), K_{Tii} = 2, 8 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3 / (\text{доба} \cdot ^0C), i = \overline{1, 3}, \\ T_1(t) &= 17 + 13 \cos\left(\frac{\pi t}{180}\right), N_0(x, y, z) = 240\left(-\left(\frac{x}{l}\right)^2 + \frac{x}{l}\right) + 40, \\ C_0(x, y, z) &= \begin{cases} C_m, & z = 0, \\ C_0, & z \neq 0; \end{cases} \quad T_0(x, y, z) = \begin{cases} 30^0C, & z = 0, \\ 4^0C, & z \neq 0. \end{cases} \end{aligned}$$

Значення коефіцієнта фільтрації, який залежить від концентрації солей у твердій та рідкій фазах і температури визначили згідно формули [2, 4] $K_h(c, N, T) = k_0(c, T) e^{-\gamma_1 \frac{N}{N_{max} - N}}$. Коефіцієнт фільтрації чистої води покладалася рівним $0,002 \text{ м}/\text{доба}$. Для апроксимації залежності $k_0(c, T)$ використовувався метод РБФ з експериментальними даними, взятими із монографії [2]. Згідно [5] початковий розподіл напорів $h_0(\mathbf{X}) = \Theta(\mathbf{X})/3\gamma$, де $\Theta(\mathbf{X})$ – сума головних напружень у точці \mathbf{X} , що визначається, як [5] $\Theta(\mathbf{X}) = \iint_{\Phi} \frac{q(\xi, \eta, 0)}{\pi} (1 - \nu) \frac{z}{r^3} d\xi d\eta$, де

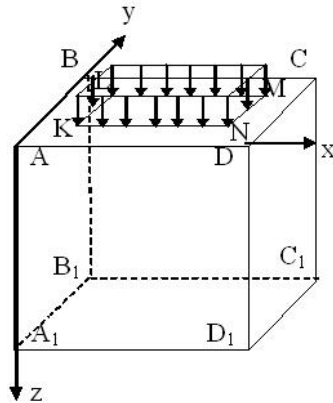


Рис. 1. Фільтраційна консолідація засоленого масиву ґрунту у чисельних експериментах

$r = \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + z^2}$; ν — коефіцієнт Пуассона; Φ — область прикладення навантаження у площині $z=0$.

Кількість вузлових точок покладалася рівною 216, а колокаційних — 1728. Крок по часу $\tau = 30$ діб. Кількість часових проміжків 36. Параметр форми становив 1 для всіх невідомих функцій.

При наведених даних у площині $x = 10$ м паралельній YOZ при $t = 270$ діб були знайдені значення напору, концентрації солей у твердій та рідкій фазах, температури на кожному часовому проміжку з використанням мультіквдратичної РБФ $\varphi(r) = \sqrt{1 + (r\varepsilon)^2}$ і побудовані відповідні графіки (два з них наведено на рис. 2, 3). В таблиці наведено максимальне просідання точок верхньої межі ґрунту за 3 роки.

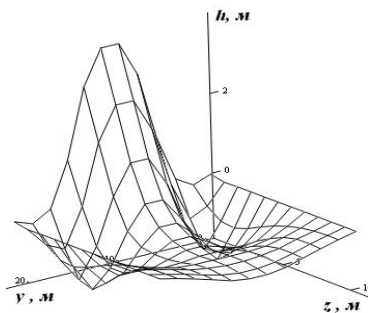


Рис. 2. Розподіл надлишкових напорів

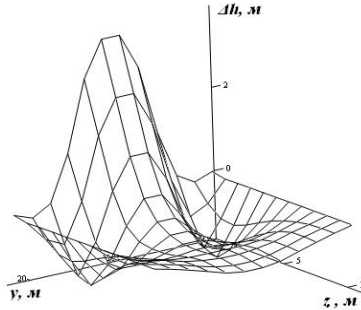


Рис. 3. Різниця розподілів надлишкових напорів засоленого і незасоленого ґрунту при врахуванні просідання

Порівнюючи розподіл надлишкових напорів при врахуванні таких факторів, як просідання та засоленість ґрунту бачимо, що напори розсіюються повільніше у випадку засоленого ґрунту в області прикладання навантаження (рис. 3). А в області, де немає навантаження навпаки — швидше. Це пояснюється залежністю $K_h(c, N, T)$. Концентрація солей у рідкій фазі $c(x, y, z, t)$ стає більшою за 60 г/л і коефіцієнт фільтрації різко зменшується.

Таблиця 1. Максимальна величина просідань верхньої межі ґрунту.

Параметри	Величина просідань ґрунту			
	$K_h = K_h(c, N, T)$			$K_h = const$
	I	II	III	
$\varepsilon = 1$	35,4 см	16,5 см	18,9 см	36,3 см
$\varepsilon = 0$	20,4 см	20,4 см	-	20,4 см

В таблиці: I — загальне просідання; II — просідання за рахунок зміни напорів; III — просідання за рахунок хімічної суфозії.

Величина просідань збільшується при врахуванні фактору засоленості ґрунту, як при $K_h(c, N, T)$ (див. наприклад табл., експерименти №1 та 2, де величини просідань становлять 35,4 та 20,4 см відповідно), так і при $K_h = const$ (див. ті ж експерименти, де величини просідань складають 36,3 см та 20,4 см відповідно). Як видно з експерименту №1, просідання за рахунок хімічної суфозії (53,4 % від загальної величини просідання) є більшим, ніж просідання за рахунок зміни надлишкових напорів (46,6% від загальної величини просідання). Отже, просідання за рахунок впливу хімічних факторів на засолених ґрунтах є значним і нехтувати їм не можна.

ВИСНОВКИ

В статті сформульовано математичну модель просторової задачі фільтраційної консолідації засоленого ґрунту. При цьому враховано можливість хімічної суфозії. При проведенні і аналізі чисельних експериментів виявлено, що у випадку просторової задачі просідання за рахунок хімічної суфозії виявляється більшим за просідання при розсіюванні надлишкових напорів.

Наступним етапом роботи авторів в даному напрямку стане дослідження точності отриманих наближених роз'язків.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Веригин Н. Н. О кинематике растворения солей при фильтрации воды в грунтах / Н. Н. Веригин // Растворение и выщелачивание горных пород. — Москва: Госстройиздат, 1957. — С. 84–113.
2. Власюк А. П. Математичне моделювання консолідації ґрунтів при фільтрації сольових розчинів в неізотермічних умовах / А. П. Власюк П. М. Мартинюк. — Рівне: Вид-во НУВГП, 2008. — 416 с.
3. Власюк А. П. Фильтрационная консолидация трехфазных грунтов с учетом ползучести скелета и влияния солепереноса в неізотермическом режиме / А. П. Власюк П. М. Мартинюк // Математическое моделирование. — 2010. — Т.22, №4. — С. 32–56.
4. Добронравов О. О. Моделювання фільтрації ґрунтових вод з урахуванням суфозії і кольматації / О. О. Добронравов, В. С. Кремез // Проблеми водопостачання, водовідведення та гідравліки. — 2006. — Вип. 7. — С. 141–146.
5. Иванов П. Л. Грунты и основания гидротехнических сооружений. Механика грунтов / П. Л. Иванов. — М.: Высшая школа, 1991. — 447 с.
6. Молчанов И. Н. Машинные методы решения прикладных задач. Алгебра, приближение функций / И. Н. Молчанов. — Киев: Наук. думка, 1987. — 288 с.
7. Петрухин В. П. Расчёт суффозионных деформаций оснований в засоленных грунтах / В. П. Петрухин // Основания, фундаменты и механика грунтов. — 1995. — №5. — С. 11–13.
8. Самарский А. А. Численные методы математической физики / А. А. Самарский, А. В. Гулин. — М.: Научный мир, 2003. — 316 с.
9. Хоменко В. П. Закономерности и прогноз суффозионных процессов / В. П. Хоменко. — М.: ГЕОС, 2003. — 216 с.
10. Least-squares collocation meshless method / [Xiong Zhang, Xiao-Hu Liu, Kang-Zu Song, Ming-Wan Lu] // International Journal for Numerical Methods in Engineering. — 2001. — Vol. 51. — Pp. 1089–1100.

Статья поступила в редакцию 8.11.2012