

УДК 658.512.2:621.9.06

## ДЕКОМПОЗИЦИОННАЯ СХЕМА ОПТИМИЗАЦИИ РЕЖИМОВ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНО-ПАРАЛЛЕЛЬНОГО ВЫПОЛНЕНИЯ КОМПЛЕКСА ВЗАИМОСВЯЗАННЫХ ОПЕРАЦИЙ

© Левин Г.М., Розин Б.М.

Объединенный институт проблем информатики НАН Беларуси  
ул. Сурганова 6, г. Минск, Беларусь, 220012

E-MAIL: {levin&rozin}@newman.bas-net.by

**Abstract.** The mathematical model and decomposition technique for modes optimization of sequential-parallel execution of a system of operations of parts machining at the transfer machines with the mobile table subject to basic technological, structural and productivity constraints. The objective function is assumed to be the part production cost. The initial problem solving is reduced to solving the collection of easier subproblems with the use of geometric programming, dichotomy and "golden section" methods.

### ВВЕДЕНИЕ

Задача выбора режимов резания является частью более общей задачи проектирования технологического процесса механической обработки деталей. Выбранные режимы резания в значительной степени определяют структуру технологического процесса, количество и типоразмеры оборудования. В свою очередь, выбранная структура технологического процесса, технические характеристики планируемого оборудования накладывают ограничения на возможные значения параметров режимов резания. При поэтапном решении этой общей задачи ориентировочные значения режимов резания служат исходной информацией при определении структуры технологического процесса и выбора параметров оборудования, которые, в свою очередь, служат исходной информацией для получения окончательных значений режимов работы инструментов на последующих стадиях проектирования. В последнее время все более актуальной становится проблема создания современных автоматизированных систем поддержки принятия решений при проектировании технологических процессов для многопозиционного, в частности агрегатного, оборудования. Это определило необходимость *постановки следующей проблемы*: разработать математические модели и методы определения оптимальных режимов механической обработки для технологических процессов, реализуемых на многопозиционном оборудовании различной конфигурации, позволяющие их эффективно использовать в системах поддержки принятия решений для проектирования таких процессов.

Определение наилучших режимов механической обработки деталей рассматривается ниже применительно к многоинструментальным наладкам многошпиндельных агрегатных станков с приспособлением на передвижном столе. Этот тип оборудования широко применяется в условиях массового и крупносерийного производства для обработки деталей различной конфигурации. Передвижной стол обеспечивает последовательное перемещение обрабатываемой детали от предыдущей рабочей позиции к последующей. На каждой позиции деталь обрабатывается (в общем случае)

одновременно несколькими блоками инструментов. Каждый такой блок установлен в своем силовом узле, причем все инструменты одного блока также обрабатывают деталь одновременно на единой рабочей подаче. После обработки детали на последней рабочей позиции передвижной стол с обработанной деталью возвращается в начальную позицию для снятия этой и установки новой детали. Время обработки на одной позиции равно максимуму из времен обработки каждым из блоков инструментов этой позиции, а общее цикловое время обработки детали на станке равно сумме времен обработки на каждой рабочей позиции плюс дополнительное время на снятие, установку детали и перемещение стола.

Число инструментов на таких станках может достигать нескольких десятков, причем инструменты могут значительно различаться по типу и условиям работы. Определение оптимальных режимов работы всех инструментов наладки в совокупности с учетом как кинематических и пространственно-временных связей между инструментами, так и сложного характера взаимосвязи искомых режимов с технико-экономическими характеристиками технологического процесса сводится к решению достаточно сложных и громоздких экстремальных задач.

Проблемам оптимизации режимов как одноинструментальной, так и многоинструментальной обработки традиционно уделяется большое внимание (см., в частности [1] - [9]). Вместе с тем, как показал анализ последних достижений и публикаций, задача построения эффективных методов оптимизации режимов последовательно-параллельной многоинструментальной обработки на агрегатных станках с приспособлением на передвижном столе по-прежнему остается нерешенной и актуальной.

Цель работы разработать математическую модель и эффективный метод решения соответствующей оптимизационной задачи определения параметров режимов последовательно-параллельного выполнения комплекса операций обработки деталей на агрегатных станках с приспособлением на передвижном столе с учетом основных конструктивно-технологических ограничений и требуемой производительности.

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

При описании структуры инструментальной наладки будем полагать, что  $k$  – число рабочих позиций на станке,  $I_l$  – множество блоков инструментов на  $l$ -й позиции,  $J_i = \{1, 2, \dots, \bar{j}_i\}$  – множество инструментов в блоке  $i \in I = \bigcup_{l=1}^k I_l$ . Индекс  $l$  относится к параметрам, характеризующим работу инструментальной наладки  $l$ -й позиции; индекс  $i$  – к параметрам  $i$ -го блока инструментов; индекс  $ij$  – к параметрам  $j$ -го инструмента  $i$ -го блока.

Искомыми параметрами режима работы инструментальной наладки являются величина  $S_i$  минутной подачи каждого из силовых узлов  $i \in I$  и частота вращения  $n_{ij}$  каждого инструмента  $ij$ ,  $i \in I$ ,  $j \in J_i$ . Предполагается, что в процессе обработки эти параметры не изменяются.

В дальнейшем  $x_{ij} = (S_i, n_{ij})$  – искомые режимы работы инструмента  $ij$ ;  $X_i = (S_i, n_{i1}, \dots, n_{i\bar{j}_i})$  – соответственно режимы работы инструментов  $i$ -го силового узла;  $X^l = (X_i \mid i \in I_l)$  – режимы работы инструментов узлов  $i \in I_l$  позиции  $l$ ,  $X = (X^1, \dots, X^k)$  – искомые режимы работы наладки в целом.

Анализ условий работы многоинструментальных наладок агрегатного оборудования показал, что ограничения на возможные значения параметров режимов работы наладки условно могут быть разделены на следующие группы:

- а) ограничения, связанные с работой каждого инструмента наладки в отдельности и учитывающие: возможные в данных условиях обработки режимы резания и целесообразный диапазон поиска их оптимальных значений; период стойкости инструмента при выбранных режимах работы и заданных условиях обработки и требованиях к ее качеству; предельные значения выделенных физических характеристик процесса, определяемые исходя из требований технологического процесса, прочности, жесткости системы приспособление-инструмент-деталь (СПИД) и т.д.

В дальнейшем из этой группы ограничений непосредственно учитываются: диапазон возможных значений скорости вращения (числа оборотов) шпинделя исходя из возможностей кинематических схем шпиндельной коробки; максимально допустимые значения мощности, крутящего момента и усилий на шпинделе, исходя из условий размещения соответствующего типоразмера шпиндельного узла, жесткости и прочности системы СПИД;

- б) ограничения, связанные с принадлежностью каждого инструмента к группе инструментов с приводом подачи от одного силового узла; максимально допустимые суммарные значения мощности, крутящего момента и усилий, диапазон минутных подач;

- в) ограничения, связанные с обеспечением требуемой производительности.

Перечисленные ограничения являются типичными для широкого класса металлорежущего оборудования.

Зависимости периода стойкости  $T_{ij}(x_{ij})$  (время безотказной работы с требуемым уровнем качества) инструмента  $ij$  и рассматриваемых физических характеристик  $R_{pij}(x_{ij})$ ,  $p \in P_{ij}$  процесса резания (например, температура в зоне резания, шероховатость, усилие резания и т.д.) от характеристик режимов  $x_{ij}$  его работы аппроксимируются функциями вида

$$T_{ij}(x_{ij}) = \min \left\{ \frac{1}{b_{iju}} \left( S_i^{\eta_{iju}} n_{ij}^{\mu_{iju}} + \frac{G_{iju}}{S_i} \right) \mid u = 1, \dots, \bar{u}_{ij} \right\}, \quad (1)$$

$$R_{pij}(x_{ij}) = C_{pij} S_i^{\alpha_{pij}} n_{ij}^{\beta_{pij}}, \quad (2)$$

параметры которых считаются известными для конкретных условий обработки. Предполагаются также заданными диапазоны  $\sigma_i = [\underline{\sigma}_i, \bar{\sigma}_i]$ ,  $[n_{ij}, \bar{n}_{ij}]$ ,  $[\underline{s}_{ij}, \bar{s}_{ij}]$  возможных значений искомых параметров  $S_i$ ,  $n_{ij}$  и скоростей подач на оборот  $S_i/n_{ij}$ , максимально допустимое значение  $\bar{R}_{pij}$   $p$ -ой характеристики процесса обработки для инструмента  $ij$ , максимально допустимое значение  $\bar{R}_{pi}$   $p$ -ой характеристики нагрузки на  $i$ -й силовой узел.

Будем рассматривать задачу выбора режимов резания, минимизирующих величину приведенных затрат и обеспечивающих заданную производительность линии при выполнении остальных ограничений.

Введем дополнительные обозначения:

$t_{bi}$  – вспомогательное время на линии, добавляемое в цикловое время за счет вспомогательных перемещений  $i$ -го силового узла и транспортного устройства;

$L_i$  – величина рабочего хода  $i$ -го силового узла;

$l_{ij}$  – длина резания  $ij$ -го инструмента;

$t_l(X^l) = \max\{L_i/S_i + t_{bi} | i \in I_l\}$  – время обработки на позиции  $l$ .

Пусть  $\tau_{ij} = l_{ij}/S_i$  – время резания при обработке инструментом  $ij$  одной детали. Тогда  $D_{ij}(x_{ij})$  – расчетное число деталей, которое может быть обработано инструментом  $ij$  за период его стойкости  $T_{ij}(x_{ij})$  при работе на подаче  $S_i$  и частоте  $n_{ij}$  вращения  $j$ -го шпинделя  $i$ -го силового узла. Используя соотношение (1), получаем

$$D_{ij}(x_{ij}) = \frac{1}{\max_{u=1, \bar{u}} b_{iju} (S_i^{\eta_{iju}} n_{ij}^{\mu_{iju}} + G_{iju}/S_i)}.$$

Предположим, что для каждого инструмента  $ij$  задано минимальное число  $\underline{D}_{ij}$  деталей, которое необходимо обработать этим инструментом в течение его периода стойкости,  $i \in I$ ,  $j \in J_i$ .

При принятых в работе [1] предположениях зависящие от искомым параметров  $X$  составляющие технологической себестоимости  $\Theta_1(X)$  и времени  $\Theta_2(X)$  на обработку одной детали определяются соотношением:

$$\Theta_q(X) = E_q \sum_{l=1}^k t_l(X^l) + \sum_{l=1}^k \sum_{i \in I_l} \sum_{j \in J_i} g_{qij} / D_{ij}(x_{ij}), \quad q = 1, 2,$$

где  $E_q$  – заданные коэффициенты, учитывающие (в зависимости от значения индекса  $q$ ) такие факторы, как надежность оборудования, зарплата обслуживающего персонала, амортизационные отчисления и т. д.;  $g_{qij}$  – затраты времени непосредственно на замену инструмента  $ij$  (при  $q = 2$ ) или стоимость замены  $ij$ -го инструмента с учетом доли стоимости самого инструмента, приходящейся на одну его переточку (при  $q = 1$ ). Коэффициенты  $E_q$ ,  $g_{qij}$ ,  $q = 1, 2$ ,  $i \in I$ ,  $j \in J_i$  можно рассматривать как постоянные (не зависящие от значения режимов резания) величины в каждой конкретной задаче.

Таким образом, рассматриваемая задача определения оптимальных значений  $X^*$  искомым параметров  $X$  режимов работы инструментальной наладки может быть представлена следующей математической моделью:

$$\Theta_1(X) \rightarrow \min; \quad (3)$$

$$\Theta_2(X) \leq t_0; \quad (4)$$

$$\underline{s}_i \leq S_i \leq \bar{s}_i, i \in I; \quad (5)$$

$$\underline{n}_{ij} \leq n_{ij} \leq \bar{n}_{ij}, i \in I, j \in J_i; \quad (6)$$

$$\underline{s}_{ij} \leq S_i/n_{ij} \leq \bar{s}_{ij}, i \in I, j \in J_i; \quad (7)$$

$$R_{pij}(x_{ij}) = C_{pij} S_i^{\alpha_{pij}} n_{ij}^{\beta_{pij}} \leq \bar{R}_{pij}, p \in P_{ij}, i \in I, j \in J_i; \quad (8)$$

$$R_{pi}(X_i) = \sum_{j \in J_i} R_{pij}(x_{ij}) \leq \bar{R}_{pi}, p \in P_i, i \in I, j \in J_i; \quad (9)$$

$$\underline{D}_{ij} \leq D_{ij}(x_{ij}), i \in I, j \in J_i. \quad (10)$$

В этой модели соотношение (3) отражает стремление минимизировать себестоимость обработки; ограничение (4) обеспечивает требуемую производительность (здесь  $t_0$  – максимально допустимое значение переменной составляющей времени обработки одной детали), ограничения (5)–(9) – соблюдение заданных конструктивно-технологических ограничений, а ограничения (10) – обработку каждым инструментом за период его стойкости не менее требуемого числа деталей. Неравенства (6)–(8), (10) описывают ограничения группы а); неравенства (5), (9) – группы б), (4) – группы в).

Задачу (3)–(10) в дальнейшем будем обозначать задачей **A**. Эта задача является задачей геометрического программирования.

## 2. ДЕКОМПОЗИЦИОННАЯ СХЕМА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Предлагаемая ниже схема решения задачи **A** основана на сочетании методов множителей Лагранжа и фрагментарной параметризации [1, 10]. Обозначим через **X** множество значений вектора  $X$ , удовлетворяющих условиям (5)–(9), через  $\mathbf{X}_i$  – множество значений вектора  $X_i$ , удовлетворяющих условиям (5)–(9) для  $i \in I$ ,  $\mathbf{X}^l$  – множество значений вектора  $X^l$ , удовлетворяющих условиям (5)–(9) для  $l = 1, 2, \dots, k$ . Построим функцию Лагранжа

$$L(X, \lambda) = \lambda \Theta_1(X) + (1 - \lambda) \Theta_2(X) = E(\lambda) \sum_{l=1}^k t_l(X^l) + \sum_{l=1}^k \sum_{i \in I_l} \sum_{j \in J_i} g_{ij}(\lambda) / D_{ij}(x_{ij}),$$

где  $E(\lambda) = (\lambda E_1 + (1 - \lambda) E_2)$ ,  $g_{ij}(\lambda) = \lambda g_{1ij} + (1 - \lambda) g_{2ij}$ .

Пусть  $X^*(\lambda)$  – решение задачи  $\mathbf{B}_1(\lambda)$  минимизации функции  $L(X, \lambda)$  на множестве **X** при фиксированном значении  $\lambda \in [0, 1]$ . Нетрудно показать, что  $\Theta_1(X^*(\lambda))$  убывает, а  $\Theta_2(X^*(\lambda))$  возрастает по  $\lambda$  на отрезке  $[0, 1]$ .

Очевидно, что если  $\Theta_2(X^*(0)) > t_0$ , то задача неразрешима. Если  $\Theta_2(X^*(1)) \leq t_0$ , то  $X^*(1)$  – решение задачи. В остальных случаях решением задачи является  $X^*(\lambda^*)$ , где  $\lambda^*$  – корень нелинейного уравнения  $\Theta_2(X^*(\lambda)) = t_0$ . (Задачу его нахождения обозначим  $\mathbf{C}_1$ , для ее решения можно использовать, в частности, метод дихотомии.)

Задача  $\mathbf{B}_1(\lambda)$  естественным образом распадается на независимые подзадачи  $\mathbf{B}_{1l}(\lambda)$ ,  $l = 1, 2, \dots, k$ :

$$E(\lambda) t_l(X^l) + \sum_{i \in I_l} \sum_{j \in J_i} g_{ij}(\lambda) / D_{ij}(x_{ij}) \rightarrow \min, \quad (11)$$

$$X^l \in \mathbf{X}^l, \lambda - \text{фиксировано.} \quad (12)$$

Отметим, что подзадачи  $\mathbf{B}_{1l}(\lambda)$  являются задачами выпуклого программирования в логарифмических координатах  $\ln S_i, \ln n_{ij}$ .

Решение подзадач  $\mathbf{B}_{1l}(\lambda)$ ,  $l = 1, 2, \dots, k$  методом параметрической декомпозиции [1] может быть сведено к решению более простых подзадач. Для этого в целевой функции (11) фрагмент  $t_l(X^l) = \max_{i \in I_l} \left( \frac{L_i}{S_i} + t_{bi} \right)$ , представляющий часть циклового времени, приходящуюся на позицию  $l$ , заменим параметром  $t_l$  с введением дополнительного ограничения  $t_l(X^l) \leq t_l$ . В результате решение задачи  $\mathbf{B}_{1l}(\lambda)$  может быть получено по следующей двухуровневой схеме:

– на нижнем уровне при фиксированном значении  $t_l$  из некоторого отрезка  $[\underline{t}_l, \bar{t}_l]$  решается подзадача  $\mathbf{B}_{2l}(\lambda, t_l)$ :

$$\sum_{i \in I_l} \sum_{j \in J_i} g_{ij}(\lambda) / D_{ij}(x_{ij}) \rightarrow \min, (= f_l(\lambda, t_l)), \quad (13)$$

$$X^l \in \mathbf{X}^l(t_l) = \{X^l \in \mathbf{X}^l | t_l(X^l) \leq t_l\}, \lambda, t_l - \text{фиксированы}; \quad (14)$$

– на верхнем уровне решается подзадача  $\mathbf{C}_{2l}(\lambda)$ :

$$E(\lambda)t_l + f_l(\lambda, t_l) \rightarrow \min, \quad (15)$$

$$t_l \in [\underline{t}_l, \bar{t}_l], \lambda - \text{фиксировано}. \quad (16)$$

Пусть  $X^l(\lambda, t_l)$  – решение подзадачи  $\mathbf{B}_{2l}(\lambda, t_l)$ , а  $t_l^*(\lambda)$  – решение подзадачи  $\mathbf{C}_{2l}(\lambda)$ . Тогда  $X^l(\lambda, t_l^*(\lambda))$  – решение  $X^l(\lambda)$  задачи  $\mathbf{B}_{1l}(\lambda)$ .

Подзадачи  $\mathbf{B}_{2l}(\lambda, t_l)$ ,  $l = 1, 2, \dots, k$ , в свою очередь, естественным образом распадутся на подзадачи меньшей размерности  $\mathbf{B}_{2li}(\lambda, t_l)$ ,  $i \in I_l$ ,  $l = 1, 2, \dots, k$ :

$$\sum_{j \in J_i} g_{ij}(\lambda) / D_{ij}(x_{ij}) \rightarrow \min, (= f_{li}(\lambda, t_l)), \quad (17)$$

$$X_i \in \mathbf{X}_i(t_l) = \{X_i \in \mathbf{X}_i | L_i/S_i + t_{bi} \leq t_l\}, \lambda, t_l - \text{фиксированы}. \quad (18)$$

Очевидно, что  $f_l(\lambda, t_l) = \sum_{i \in I_l} f_{li}(\lambda, t_l)$ .

В силу выпуклости подзадач  $\mathbf{B}_{1l}(\lambda)$  в логарифмических координатах  $\ln S_i, \ln n_{ij}$  функции  $f_{li}(\lambda, t_l)$  являются унимодальными по параметру  $t_l$ . Это позволяет для решения подзадач  $\mathbf{C}_{2li}(\lambda)$  использовать известные методы отыскания минимума унимодальной функции, в частности, метод «золотого сечения».

Для задания отрезка  $[\underline{t}_l, \bar{t}_l]$  возможных значений параметра  $t_l$  можно использовать один из следующих подходов. Более грубые нижнюю и верхнюю оценки значений  $t_l$  можно находить по формулам:

$$1) \quad \underline{t}_l = \max\{L_i/\bar{\sigma}_i + t_{bi} | i \in I_l\}; \quad \bar{t}_l = \max\{L_i/\underline{\sigma}_i + t_{bi} | i \in I_l\}.$$

Для получения более точных оценок необходимо решить соответствующие оптимизационные задачи:

$$2) \quad \underline{t}_l = \arg \min\{t_l | X^l \in \mathbf{X}^l, L_i/S_i + t_{bi} \leq t_l, i \in I_l\}, \quad \bar{t}_l = \max\{L_i/\tilde{S}_i + t_{bi} | i \in I_l\},$$

где  $\tilde{S}_i = \arg \min\{S_i | X^l \in \mathbf{X}^l\}$ .

Поскольку подзадачи  $\mathbf{B}_{2li}(\lambda, t_l)$  являются задачами геометрического программирования, для их решения могут применяться соответствующие методы геометрического программирования [11]. Ниже на рис. 1 приводится схема декомпозиции решения задачи  $\mathbf{A}$ .

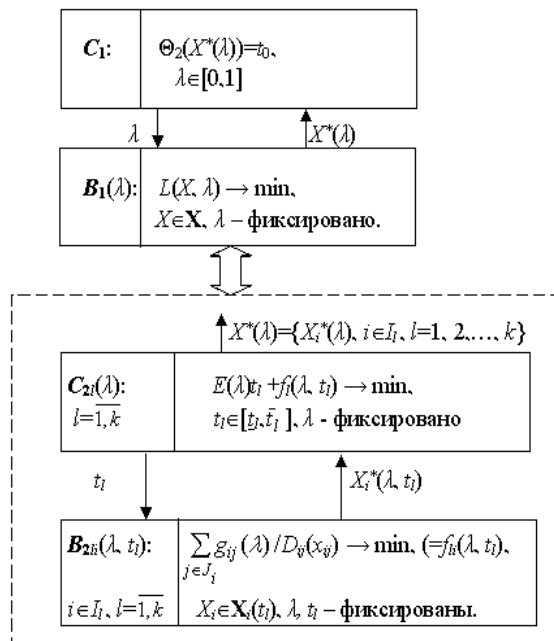


Рис. 1. Схема декомпозиции задачи  $\mathbf{A}$

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключение отметим, что *основным результатом статьи является декомпозиционная схема метода решения задачи оптимизации параметров режимов многоинструментальной обработки деталей на агрегатных станках с приспособлением на передвижном столе. Предложенный метод позволяет свести решение исходной задачи к решению совокупности более простых подзадач. Для решения этих подзадач могут быть использованы известные методы геометрического программирования, дихотомии, "золотого сечения". В дальнейших исследованиях предполагается обобщить постановку задачи: определять наряду с оптимальными параметрами режимов обработки также план оптимальной групповой смены инструментов наладки с учетом их периодов стойкости.*

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Левин Г.М. Декомпозиционные методы оптимизации проектных решений / Левин Г.М., Танаев В.С. – Минск: Наука и техника. – 1978. – 240 с.
2. Hitomi K. Manufacturing System Engineering. – Taylor and Francis, USA, 1996.

3. *Cakir M.C., Gurarda A.* Optimization of machining conditions for multi-tool milling operations // International Journal of Production Research. – 2000. – Vol.38, №15. – P. 3537 - 3552.
4. *Hui Y.V., Leung L.C. and Linn R.* Optimal machining conditions with cost of quality and tool maintenance for turning// International Journal of Production Research. – 2001. – Vol.39, №4. – P. 647-665.
5. *Juan H., Yu S.F. and Lee B.Y.* The optimal cutting parameter selection of production cost in HSM for SKD61 tool steels// International Journal of Machine Tools and Manufacture. – 2003. – Vol. 43. – P. 679-686.
6. *Mukherjee I., Ray P.K.* A review of optimization techniques in metal cutting processes// Computers and Industrial Engineering. – 2006. – Vol. 50, № 1. – P. 15-34.
7. *Shabtay D., Kaspi M.* Optimization of the Machining Economics Problem Under the Failure Replacement Strategy // International Journal of Production Economics. – 2002. – Vol. 80. – № 3. – P. 213-230.
8. *Daschenko A. I.* Structure optimization and statistical modelling of technological machine systems// International Journal of Advanced Manufacturing Technology. – 1987. – V. 2, № 3. – P. 73-102.
9. *Libao An, Chen M.* On Optimization of Machining Parameters // Proceedings 4th International Conference on Control and Automation, 10-12 June 2003. – P. 839-843.
10. *Левин Г.М., Танаев В.С.* Параметрическая декомпозиция задач оптимизации // Весті НАН Беларусі, Сер. фіз.-мат.наук. – 1998. – №4. – С. 121-131.
11. *Даффин Р., Питерсон Э., Зенер К.* Геометрическое программирование – М.: Мир,1972. – 311 с.

*Статья поступила в редакцию 22.04.2008*