УДК 681.3:658.56

АНАЛИЗ СЦЕНАРИЕВ В МЕТОДЕ ОБОБЩЕННЫХ ИНТЕРВАЛЬНЫХ ОЦЕНОК [10]

© Стернин М.Ю., Шепелев Г.И.

Институт Системного Анализа РАН

117312, Россия, Москва, проспект 60-летия Октября, 9

e-mail: *mister@isa.ru, gis@isa.ru*

Abstract. The method of the generalized interval estimations (GIE) developed by authors earlier is offered for using in scenario analysis of the theory of decision-making. GIE procedures to study problems with dependent parameters in the framework of the scenario approach are developed in addition to previous mathematical tools. An example of similar problems is the task of forecasting volumes of commercial developed reserves of ill-studied objects in dependence on prices for hydrocarbons. Analytical formulas for different forms of the generalized uniform distributions that may use in scenario analysis are developed. Numerical methods allow calculate distributions of final indicators if they are not generalized uniform ones.

Введение

Ранее нами предложен [1, 2, 3, 4] метод выявления, формализации и обработки экспертных знаний о числовых параметрах, задаваемых, из-за неопределенности, интервально, – метод обобщенных интервальных оценок (ОИО). Потребность в подобном методе проявилась для нас при решении прикладных задач прогнозирования перспективности слабо разведанных месторождений углеводородов. Дело в том, что в ряде случаев, как показано в работе [5], эксперту затруднительно выразить свои знания об анализируемом параметре посредством единственной интервальной оценки: интервал излишнего размаха снижает ценность знаний эксперта, а зауженный интервал довольно часто ведет к ошибкам предсказания («промахам»). Метод ОИО позволяет эксперту не ограничиваться моноинтервальной оценкой параметра, а дает ему возможность выразить свои знания совокупностью интервалов, характеризующей неполноту экспертных знаний о длине и положении интервала-оценки. Первоначально метод предназначался для представления экспертных знаний об исходных параметрах моделей различной природы и расчета результирующих показателей. Для наглядного отображения совокупности интервалов-оценок параметра V ее представляют в виде криволинейной трапеции на плоскости (V, α). В первоначальной интерпретации метода ось ординат $\alpha \in [0, 1]$ служила осью меток упорядоченных левых границ интервалов совокупности. Наибольшему («базовому») основанию трапеции соответствует $\alpha = 0$, а наименьшему («мини» интервалу) отвечает $\alpha = 1$. Полученная конструкция названа нами полиинтервальной оценкой (ПИО) параметра. Задание экспертом распределений $f_1(\alpha)$ на α («шансов» реализации интервалов) и $f_2(V/\alpha)$ на V превращают ПИО в обобщенную интервальную оценку.

[10]Работа поддержана программами фундаментальных исследований президиума РАН «Фундаментальные проблемы информатики и информационных технологий» и ОНИТ РАН «Фундаментальные основы информационных технологий и систем», Российским фондом фундаментальных исследований (проекты 06-07-89352, 07-01-00515, 07-07-13546, 08-01-00247).

Метод ОИО может быть использован в двух направлениях. Во-первых, для каждого исходного параметра модели можно получить усредненное распределение вероятности $f(V)$ на базовом интервале совокупности и тем самым свести задачу расчета результирующих показателей моделей к известному моноинтервальному случаю. Во-вторых, для исходных параметров и результирующих показателей моделей методом ОИО могут быть получены оценки в виде «вероятностных границ» и «обобщенных вероятностных трубок», использующие всю совокупность полученных от эксперта знаний, а не только их усредненное выражение. Графически эти трубки отображают в координатах $(V, P(V < V_0))$. В вероятностных трубках отражена информация о вариабельности вероятностных распределений на всех интервалах ОИО, отражающей неопределенность экспертных знаний. Обобщенные трубки максимального размаха с достоверностью содержат в себе все возможные, с точностью до знаний эксперта, значения оцениваемых показателей моделей и соответствующих вероятностей. Трубки суженного, по сравнению с максимальным, размаха содержат эту информацию с известной вычислимой степенью уверенности.

В теории и практике принятия решений распространен сценарный подход к анализу сложных слабо структурированных проблем. Методы сценарного анализа обеспечивают информационно-аналитическую поддержку процессов принятия решений в условиях неопределенности. Достоинствам сценарного подхода сопутствует недостаток, обусловленный необходимостью трудоемкой подготовки подлежащих последующему анализу сценариев. Поэтому в настоящее время в сценарном анализе используют конечное число сценариев, что существенно ограничивает множество фактически исследуемых возможностей. Заслуживает внимания разработка экспресс-методов формирования множества альтернатив-сценариев. Достаточно перспективным представляется подход, состоящий в задании множества сценариев указанием его границ. Это может быть сделано в русле подхода ОИО. Обсуждаемая возможность подобна ситуации с подходом дискретной оптимизации, в рамках которой осуществляется выбор «наилучшей» из числа заранее сформированных и предъявленных для анализа альтернатив, и линейно-программным подходом.

Ранее [3, 4] было отмечено, что в методе ОИО интервалы их совокупности в ПИО допускают интерпретацию, при которой они трактуются как возможные сценарии реализации исходного параметра или результирующего показателя, а распределение на оси ординат ПИО задает «веса» сценариев. Тогда получаемое из ОИО осредненное распределение на базовом интервале представляет собой вероятностную смесь бесконечного числа связанных случайных величин, каждая из которых соответствует возможному сценарию развития ситуации с известной вероятностью его реализации. Однако для систематического использования метода ОИО в сценарном анализе он должен быть приспособлен для решения задач с зависимыми параметрами: один из параметров отражает состояние «внешней среды», а второй, зависящий от первого, является исходным параметром или результирующим показателем модели. Например, нас может интересовать зависимость объемов коммерческих извлекаемых запасов нефти от цены на нее (внешний параметр). При этом каждой точечной оценке цены на оси ординат ПИО соответствует интервальная оценка запасов на оси абсцисс, и, в соответствии с содержанием задачи, ПИО, строящаяся, вообще говоря, на системе не вложенных, а смещенных интервалов, имеет ту или иную форму. Результатом решения будет осредненная по прогнозируемому диапазону цен вероятностная кривая, показывающая шансы наличия в месторождении коммерческих запасов различных объемов. Аналогичным образом может быть решена обратная задача, задача об определении распределения гарантированных результатов для цен, осредненного по прогнозируемым объемам углеводородов, выставленных на продажу. Конечно, этими задачами далеко не исчерпывается перечень задач с зависимыми переменными, моделирование которых возможно в подходе ОИО. Отметим, что в отличие от первоначальной схемы, где ось ординат ПИО служила осью «меток» интервалов и не имела самостоятельного «физического» смысла, в сценарном подходе обе оси ПИО несут смысловую нагрузку. Расширение методов ОИО на задачи сценарного анализа теории принятия решений требует развития математического аппарата, в дополнение к разработанному ранее. Это является целью настоящей статьи.

1. Полиинтервальные оценки в задачах с зависимыми переменными

Таблица 1. Конфигурации ПИО для $D \neq 0$, $U \neq 0$ (трапецеидальная форма), $D = 0$ или $U = 0$ (треугольная форма)

Формы ПИО	ПИО трапецеидальной формы	ПИО треугольной формы
1	$V_{ld} < V_{lu} < V_{rd} < V_{ru}$	$V_{ld} < V_{rd} < V_u$
2	$V_{ld} < V_{rd} < V_{lu} < V_{ru}$	$V_{ld} < V_u < V_{rd}$
3	$V_{ld} < V_{lu} < V_{ru} < V_{rd}$	$V_u < V_{ld} < V_{rd}$
4	$V_{lu} < V_{ld} < V_{rd} < V_{ru}$	$V_{lu} < V_{ru} < V_d$
5	$V_{lu} < V_{ld} < V_{ru} < V_{rd}$	$V_{lu} < V_d < V_{ru}$
6	$V_{lu} < V_{ru} < V_{ld} < V_{rd}$	$V_d < V_{lu} < V_{ru}$

В задачах с зависимыми переменными V, как и раньше, значения анализируемого параметра или показателя, а α – значения внешнего фактора, влияющего на возникновение возможных значений V, $\alpha \in [\alpha_m, \alpha_M]$, где $\alpha_{m(M)}$ – минимальное (максимальное) значение α соответственно. ПИО задается четверкой V_{ld} (левая нижняя граница ПИО), V_{rd} (правая нижняя граница ПИО), V_{lu} (левая верхняя граница ПИО), V_{ru} (правая верхняя граница ПИО), отношения между ними определяют форму ПИО, $D = V_{rd} - V_{ld}$, $U = V_{ru} - V_{lu}$. Все возможные формы ПИО для случая $D \neq 0$, $U \neq 0$ (ПИО трапецеидальной формы), а также $D = 0$, $V_{ld} = V_{rd} = V_d$, или $U = 0$, $V_{lu} = V_{ru} = V_u$ (ПИО треугольной формы) представлены в таблице 1.

Обратим внимание на тот факт, что если в первоначальной схеме ПИО чаще всего представляли собой систему вложенных интервалов, то в задачах с зависимыми параметрами это не так.

2. Обобщенные интервальные оценки в задачах с зависимыми переменными

Таблица 2. Обобщенные равномерные распределения вероятностей для трапецеидальной ПИО

Подобласти ПИО	Плотность для $D \neq U$	Плотность для $D = U$	Распределение: $D \neq U$	Распределение: $D = U$
$1.1.V_{ld} \leq V < V_{lu}$	$f(V) = I_1$	$f(V) = L_1$	$P(V < V_S) = F_1$	$P(V < V_S) = G_1$
$1.2.V_{lu} \leq V \leq V_{rd}$	$f(V) = I_2$	$f(V) = L_2$	$P(V < V_S) = F_2$	$P(V < V_S) = G_2$
$1.3.V_{rd} < V \leq V_{ru}$	$f(V) = I_3$	$f(V) = L_3$	$P(V < V_S) = F_3$	$P(V < V_S) = G_3$
$2.1.V_{ld} \leq V < V_{rd}$	$f(V) = I_1$	$f(V) = L_1$	$P(V < V_S) = F_1$	$P(V < V_S) = G_1$
$2.2.V_{rd} \leq V \leq V_{lu}$	$f(V) = I_4$	$f(V) = L_4$	$P(V < V_S) = F_4$	$P(V < V_S) = G_4$
$2.3.V_{lu} < V \leq V_{ru}$	$f(V) = I_3$	$f(V) = L_3$	$P(V < V_S) = F_3$	$P(V < V_S) = G_3$
$3.1.V_{ld} \leq V < V_{lu}$	$f(V) = I_1$	$f(V) = L_1$	$P(V < V_S) = F_1$	$P(V < V_S) = 0$
$3.2.V_{lu} \leq V \leq V_{ru}$	$f(V) = I_2$	$f(V) = L_2$	$P(V < V_S) = F_2$	$P(V < V_S) = G_5$
$3.3.V_{ru} < V \leq V_{rd}$	$f(V) = I_5$	$f(V) = L_5$	$P(V < V_S) = F_5$	$P(V < V_S) = 0$
$4.1.V_{lu} \leq V < V_{ld}$	$f(V) = I_6$	$f(V) = L_6$	$P(V < V_S) = F_6$	$P(V < V_S) = 0$
$4.2.V_{ld} \leq V \leq V_{rd}$	$f(V) = I_2$	$f(V) = L_2$	$P(V < V_S) = F_2$	$P(V < V_S) = G_5$
$4.3.V_{rd} < V \leq V_{ru}$	$f(V) = I_3$	$f(V) = L_3$	$P(V < V_S) = F_3$	$P(V < V_S) = 0$
$5.1.V_{lu} \leq V < V_{ld}$	$f(V) = I_6$	$f(V) = L_6$	$P(V < V_S) = F_6$	$P(V < V_S) = G_6$
$5.2.V_{ld} \leq V \leq V_{ru}$	$f(V) = I_2$	$f(V) = L_2$	$P(V < V_S) = F_2$	$P(V < V_S) = G_2$
$5.3.V_{ru} < V \leq V_{rd}$	$f(V) = I_5$	$f(V) = L_5$	$P(V < V_S) = F_5$	$P(V < V_S) = G_7$
$6.1.V_{lu} \leq V < V_{ru}$	$f(V) = I_6$	$f(V) = L_6$	$P(V < V_S) = F_6$	$P(V < V_S) = G_6$
$6.2.V_{ru} \leq V \leq V_{ld}$	$f(V) = -I_4$	$f(V) = -L_4$	$P(V < V_S) = F_7$	$P(V < V_S) = G_8$
$6.3.V_{ld} < V \leq V_{rd}$	$f(V) = I_5$	$f(V) = L_5$	$P(V < V_S) = F_5$	$P(V < V_S) = G_7$

Для каждого интервала-сценария ПИО плотность совместной функции распределения $f(\alpha, V)$ имеет вид $f(\alpha, V) = f_1(\alpha) f_2(V/\alpha)$. Ранее для ПИО простейшей формы (вложенные интервалы, прямолинейные боковые границы) для ряда практически важных комбинаций исходных распределений на осях ПИО, таких как «равномерное – треугольное», «треугольное – равномерное», «треугольное – треугольное» и «равномерное – равномерное» [6] нами получены аналитические формулы для усредненных результирующих функций распределения, заданных на базовом интервале ОИО. Эти распределения представляют собой математические объекты, обобщающие традиционные вероятностные распределения. Они имеют как самостоятельное значение, так и находят применение в приложениях. Так в [7] обобщенное равномерное распределение вероятностей использовано нами при агрегировании нескольких независимых прогнозов динамики мировых уровней нефтедобычи. В задачах с зависимыми параметрами многообразие возможных форм ПИО приводит к появлению целого семейства обобщенных равномерных распределений. Соответствующие соотношения представлены в таблицах 2, 3.

В таблице 2 (см. выше):

$$I_1 = \frac{1}{U-D} Ln \frac{D(V_{lu}-V)+U(V-V_{ld})}{D(V_{lu}-V_{ld})}, I_2 = \frac{1}{U-D} Ln \frac{U}{D},$$

$$I_3 = \frac{1}{U-D} Ln \frac{U(V_{ru}-V_{rd})}{U(V-V_{rd})+D(V_{ru}-V)},$$

$$I_4 = \frac{1}{U-D} Ln \frac{[D(V_{lu}-V)+U(V-V_{ld})](V_{ru}-V_{rd})}{[D(V_{ru}-V)+U(V-V_{rd})](V_{lu}-V_{ld})},$$

$$I_5 = \frac{1}{U-D} Ln \frac{D(V_{ru}-V)+U(V-V_{rd})}{D(V_{ru}-V_{rd})}, I_6 = \frac{1}{U-D} Ln \frac{U(V_{lu}-V_{ld})}{D(V_{lu}-V)+U(V-V_{ld})}.$$

$$L_1 = \frac{V-V_{ld}}{D(V_{lu}-V_{ld})}, L_2 = \frac{1}{D}, L_3 = \frac{V_{ru}-V}{D(V_{ru}-V_{rd})},$$

$$L_4 = \frac{1}{V_{lu}-V_{ld}}, L_5 = \frac{V-V_{rd}}{D(V_{ru}-V_{rd})}, L_6 = \frac{V_{lu}-V}{D(V_{lu}-V_{ld})}.$$

$$F_1 = \frac{1}{D-U}\left[V_S - V_{ld} + \frac{D(V_{lu}-V_S)+U(V_S-V_{ld})}{D-U} Ln \frac{D(V_{lu}-V_S)+U(V_S-V_{ld})}{D(V_{lu}-V_{ld})}\right],$$

$$F_2 = \frac{1}{D-U}\left[V_{lu} - V_{ld} + \frac{D(V_{lu}-V_S)+U(V_S-V_{ld})}{D-U} Ln \frac{U}{D}\right],$$

$$F_3 = \frac{1}{D-U}\left[D + V_{lu} - V_S + \frac{D(V_S-V_{ru})+U(V_{rd}-V_S)}{D-U} Ln \frac{D(V_S-V_{ru})+U(V_{rd}-V_S)}{D(V_{rd}-V_{ru})}\right],$$

$$F_4 = \frac{1}{D-U}\left[D + \frac{D(V_{ru}-V_S)+U(V_S-V_{rd})}{D-U} Ln \frac{V_{ru}-V_{rd}}{V_{lu}-V_{ld}}\right],$$

$$F_5 = \frac{1}{D-U}\left[V_S - V_{ld} - U + \frac{D(V_{ru}-V_S)+U(V_S-V_{rd})}{D-U} Ln \frac{D(V_{ru}-V_S)+U(V_S-V_{rd})}{D(V_{ru}-V_{rd})}\right],$$

$$F_6 = \frac{1}{D-U}\left[V_{lu} - V_S + \frac{D(V_S-V_{lu})+U(V_{ld}-V_S)}{D-U} Ln \frac{D(V_S-V_{lu})+U(V_{ld}-V_S)}{U(V_{ld}-V_{lu})}\right],$$

$$F_7 = \frac{1}{D-U}\left[-U + \frac{D(V_S-V_{ru})+U(V_{rd}-V_S)}{D-U} Ln \frac{V_{rd}-V_{ru}}{V_{ld}-V_{lu}}\right],$$

$$G_1 = (V_S-V_{ld})^2/[2D(V_{lu}-V_{ld})], G_2 = (2V_S-V_{ld}-V_{lu})/(2D), G_5 = (V_S-V_{ld})/D,$$

$$G_3 = 1-(V_{ru}-V_S)^2/[2D(V_{ru}-V_{rd})], G_4 = (2V_S-V_{rd}-V_{ld})/[2(V_{lu}-V_{ld})],$$

$$G_6 = (V_S - V_{lu})^2/[2D(V_{ld} - V_{lu})], G_7 = 1 - (V_S - V_{rd})^2/[2D(V_{rd} - V_{ru})],$$

$$G_8 = (2V_S - V_{ru} - V_{lu})/[2(V_{ld} - V_{lu})]$$

Таблица 3. Обобщенные равномерные распределения вероятностей для треугольной ПИО

Подобласти ПИО	Плотности	Функции распределения
1.1: $V_{ld} \le V < V_{rd}$	$f(V) = K_1$	$P(V < V_S) = H_1$
1.2: $V_{rd} \le V \le V_u$	$f(V) = K_2$	$P(V < V_S) = H_2$
2.1: $V_{ld} \le V < V_u$	$f(V) = K_1$	$P(V < V_S) = H_1$
2.2: $V_u < V \le V_{rd}$	$f(V) = K_3$	$P(V < V_S) = H_3$
3.1: $V_u \le V < V_{ld}$	$f(V) = K_2$	$P(V < V_S) = H_4$
3.2: $V_{ld} \le V \le V_{rd}$	$f(V) = K_3$	$P(V < V_S) = H_3$
4.1: $V_{lu} \le V < V_{ru}$	$f(V) = K_4$	$P(V < V_S) = H_5$
4.2: $V_{ru} \le V \le V_d$	$f(V) = K_5$	$P(V < V_S) = H_6$
5.1: $V_{lu} \le V < V_d$	$f(V) = K_4$	$P(V < V_S) = H_5$
5.2: $V_d < V \le V_{ru}$	$f(V) = K_6$	$P(V < V_S) = H_7$
6.1: $V_d \le V < V_{lu}$	$f(V) = K_5$	$P(V < V_S) = H_8$
6.2: $V_{lu} \le V \le V_{ru}$	$f(V) = K_6$	$P(V < V_S) = H_5$

Здесь

$$K_1 = \frac{1}{D} Ln \frac{V_u - V_{ld}}{V_u - V}, K_2 = \frac{1}{D} Ln \frac{V_u - V_{rd}}{V_u - V_{ld}}, K_3 = \frac{1}{D} Ln \frac{V_u - V_{rd}}{V_u - V}, K_4 = \frac{1}{U} Ln \frac{V_{lu} - V_d}{V - V_d},$$

$$K_5 = \frac{1}{U} Ln \frac{V_{lu} - V_d}{V_{ru} - V_d}, K_6 = \frac{1}{U} Ln \frac{V_{ru} - V_d}{V - V_d}, K_7 = \frac{1}{U} Ln \frac{V_{lu} - V_d}{V_{ru} - V_d},$$

$$H_1 = \frac{1}{D}[V - V_{ld} + (V - V_u) Ln \frac{V_u - V_{ld}}{V_u - V}], H_2 = 1 - \frac{V_u - V}{D} Ln \frac{V_u - V_{ld}}{V_u - V_{rd}},$$

$$H_3 = \frac{1}{D}[V - V_{ld} + (V_u - V) Ln \frac{V - V_u}{V_{rd} - V_u}], H_4 = \frac{V - V_u}{D} Ln \frac{V_{rd} - V_u}{V_{ld} - V_u},$$

$$H_5 = \frac{1}{U}[V - V_{lu} + (V_d - V) Ln \frac{V_d - V}{V_d - V_{lu}}], H_6 = \frac{1}{U}[U + (V_d - V) Ln \frac{V_d - V_{ru}}{V_d - V_{lu}}],$$

$$H_7 = \frac{1}{U}[V - V_{lu} + (V_d - V) Ln \frac{V_d - V}{V_d - V_{ru}}], H_8 = \frac{V - V_d}{U} Ln \frac{V_{ru} - V_d}{V_{lu} - V_d}.$$

Заключение

Возникающее в задачах с зависимыми переменными «равноправие» осей ПИО позволяет, кроме исходной ОИО, построить дополнительную ОИО на оси ординат (оси цен в задаче о запасах), более полно учитывающую возможную неопределенность оценки «внешних факторов» (прогноза цен). Кроме того, в некоторых задачах типа задачи оценки зависимости объемов коммерческих извлекаемых запасов от цены на углеводороды, может оказаться полезным построение для каждого уровня цен не моноинтервальной, а ОИО, приводящее к возникновению «многомерных» ОИО. Для реализации этих возможностей и использования в анализе распределений вероятностей, отличных от обобщенных равномерных распределений, в разработанной нами экспериментальной версии СПЭР имеется средства для расчетов результирующих распределений по заданной экспертом ПИО, форма которой адекватна его суждениям.

Список литературы

1. *Shepelyov G., Sternin M.* Method of Generalized Interval Estimations for Intelligent DSS // DSS in the Uncertainty of the Internet Age. — Katowice: The Karol Adamiecki University of Economics in Katowice, 2003. – Pp. 367–377.
2. *Стернин М.Ю., Чугунов Н.В., Шепелёв Г.И.* Обобщенные интервальные оценки в моделях предметных областей систем поддержки экспертных решений // Методы поддержки принятия решений. Труды Института системного анализа Российской академии наук (ИСА РАН) / Под ред. С.В. Емельянова, А.Б. Петровского. – М.: Едиториал УРСС, 2005. – Т. 12. – С. 95–113.
3. *Chugunov N., Shepelyov G., Sternin M.* A method for uncertainty quantification in expert decision support systems // Proceedings of IFIP WG8.3 International conference on creativity and innovation in decision making and decision support. – Vol. 2. – London: Ludic Publising, 2006. – Pp. 851–865.
4. *Shepelyov G., Sternin M.* The new method of Generalized Interval Estimations in problems under uncertainty // Advances in Decision Technology and Intelligent Information Systems // Ed. by K. J. Engemann, G. E. Lasker. – Vol. 8. – Windsor: The International Institute for Advanced Studies in Systems Research and Cybernetics, 2007. – Pp. 11–15.
5. Judgment under uncertainty: heuristics and biases / Ed. by D. Kahneman, P. Slovic, A. Tversky. – Cambridge: Cambridge University Press, 1982. – 555 pp.
6. *Стернин М. Ю., Шепелев Г. И., Шепелев Н. Г.* Свойства обобщенного равномерного распределения вероятностей // Вторая международная конференция «Системный анализ и информационные технологии» (САИТ-2007). Труды конференции в 2 т. – Т. 1. – М.: Издательство ЛКИ, 2007. – С. 239–242.
7. *Chugunov N., Shepelyov G., Sternin M.* The generalized interval estimations in decision making under uncertainty // International Journal of Technology, Policy and Management. – 2008. – Vol. 8, no. 3. – Pp. 298–321.

Статья поступила в редакцию 19.04.2008