

УДК 62-50

# СТРУКТУРНО-КЛАССИФИКАЦИОННЫЕ МЕТОДЫ АНАЛИЗА И ПРОГНОЗИРОВАНИЯ В СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ<sup>1</sup>

© Дорофеюк Ю.А.

Институт проблем управления РАН

**Abstract.** The analysis and forecasting within the loosely-formalized multivariate control system, consisting of sufficiently large number of a priori non-structured objects, problem solution method is proposed. As a forecasting model for each object the markovian chain with  $r$  states, where  $r$  – the number of structural units (classes), is used.

## ВВЕДЕНИЕ

Рассматривается задача анализа и прогнозирования в слабоформализованной многопараметрической системе управления, которая состоит из достаточно большого числа формально не структурированных объектов. Идея предлагаемого метода решения этой задачи состоит в том, что исследуются не точные значения параметров, описывающих состояние каждого объекта (траектории состояний), а лишь класс, к которому принадлежит каждый объект в рамках некоторой структуры множества объектов, входящих в исследуемую систему [1]. Такое интегральное описание объектов позволяет существенно повысить эффективность результатов принимаемых управленческих решений и прогнозов. Для формализации задачи используется методология классификационного анализа [2].

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть исследуемая система состоит из  $n$  объектов, каждый из которых характеризуется набором из  $k$  параметров. Изучается поведение этого множества объектов в дискретные моменты времени. Вводится в рассмотрение  $k$ -мерное пространство параметров  $X$ , в котором  $j$ -й объект в момент времени  $t$  представляется точкой  $x_j(t) = (x_j^{(1)}(t), x_j^{(2)}(t), \dots, x_j^{(k)}(t))$ . Упорядоченная совокупность точек  $x_j(t_1), \dots, x_j(t_m)$  является известной частью траектории, характеризующей динамику  $j$ -го объекта.

В большинстве приложений для принятия управленческого решения в момент времени  $t_m$  используется совокупная информация об известных траекториях каждого объекта и прогноз значений  $x_j(t_m + 1)$ ,  $j = 1, \dots, n$ . При этом, как правило, информация по каждому объекту рассматривается независимо от остальных [3]. Однако для многих прикладных задач требуется знать не точные значения параметров-характеристик в моменты времени  $t_1, t_2, \dots, t_m$  и прогнозировать значения в момент  $t_{m+1}$ , а знать (и прогнозировать) лишь класс, к которому принадлежит (будет принадлежать) этот объект в соответствующие моменты времени в рамках некоторой структуры (классификации) множества объектов изучаемой системы. Так, например, в процессе исследования социально-экономического развития субъектов РФ

<sup>1</sup>Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ, проект 08-07-00349-а.

(в данном случае крупномасштабная система – народное хозяйство РФ) вовсе не обязательно знать (и прогнозировать) значения социально-экономических параметров для каждого региона, достаточно лишь знать, в какой класс этот регион попадает в данный и прогнозируемый моменты времени (условно, в классы «хорошо», «средне» и «плохо» развивающихся регионов).

Основу предлагаемого подхода составляет процедура выявления структуры объектов, входящих в исследуемую систему. Предполагается, что вектор значений параметров  $x_j(t)$  достаточно полно характеризует состояние  $j$ -го объекта в момент времени  $t$ . А это, в свою очередь, означает, что взаиморасположение точек  $x_1(t), \dots, x_n(t)$  в пространстве  $X$  отражает реальную структуру (типологию) исследуемого множества объектов. Для выявления такой структуры использовался комплексный алгоритм автоматической классификации, специально разработанный для решения таких задач [4].

## 2. ДИНАМИЧЕСКАЯ СТРУКТУРИЗАЦИЯ ИССЛЕДУЕМЫХ ОБЪЕКТОВ

Вначале (в момент времени  $t_1$ ) с помощью комплексного алгоритма автоматической классификации [4] производится структуризация  $n$  точек в пространстве  $X$  на  $r$  классов, каждый из которых характеризует определённый тип объекта. Число классов  $r$  выбирается с помощью человеко-машинной процедуры, входящей в комплексный алгоритм автоматической классификации. Вводится понятие модели (эталона) класса  $a_i(t)$ ,  $i = 1, \dots, r$  (чаще всего – это центр класса) [2]. Для каждого объекта кроме принадлежности к классу вычисляются расстояния до эталонов всех классов  $R_{ij}(t)$ ,  $i = 1, \dots, r$ ;  $j = 1, \dots, n$ .

Заметим, что на практике структуризация объектов чрезвычайно редко проводится в пространстве исходных признаков, обычно сначала производится выделения набора информативных параметров. В настоящей работе для этой цели использовался алгоритм экстремальной группировки параметров «квадрат» [5]. В результате его применения получают разбиение исходных  $k$  параметров на небольшое (заданное) число групп, а также значения факторов для этих групп. В приложениях используются либо новые интегральные параметры – факторы групп, либо набор параметров, каждый из которых является ближайшим к фактору в соответствующей группе.

В большинстве приложений исходные или выделенные информативные параметры имеют неравнозначную важность для определения структуры объектов. Для выявления таких показателей важности в работе предлагается использовать процедуры экспертного оценивания. В результате экспертизы каждый параметр получает определённый вес (показатель «важности» этого параметра) для формирования структуры объектов.

В момент времени  $t_2$  каждая точка  $x_j(t_2)$  с помощью одного из алгоритмов распознавания образов с учителем относится к тому или иному классу в рамках классификации, полученной на первом шаге. В работе для этого используется алгоритм метода потенциальных функций, который в спрямляющем пространстве эквивалентен алгоритму ближайшего среднего [6]. А именно, каждая точка  $x_j(t_2)$  относится к классу  $A_l$ ,

для которого заданная мера близости  $K(x_j(t_2), A_l)$  точки  $x_j(t_2)$  к этому классу максимальна, то есть:  $K(x_j(t_2), A_l) = \max_i K(x_j(t_2), A_i)$ ,  $i = 1, \dots, r$ ,  $j = 1, \dots, n$ . В качестве такой меры близости используется величина  $K(x_j, A_l) = \frac{1}{n_l} \sum_{x_i \in A_l} K(x_j, x_i)$ , где  $n_l$  – число точек в классе  $A_l$ ,  $K(x, y)$  – потенциальная функция. В работе при решении прикладных задач для потенциальной функции использовалось выражение:  $K(x, y) = 1/(1 + \alpha R^p(x, y))$ , где  $R(x, y)$  – евклидово расстояние между точками  $x$  и  $y$  в пространстве  $X$ ,  $\alpha$  и  $p$  – настраиваемые параметры алгоритма.

После того, как определена принадлежность всех точек к тому или иному классу, производится пересчёт эталонов  $a_i(t_2)$ ,  $i = 1, \dots, r$ . Для каждой точки с предыдущего шага пересчитываются, а для каждой новой точки вычисляются расстояния до новых эталонов  $R(x_j(t_2), a_i(t_2))$ ,  $i = 1, \dots, r$ ,  $j = 1, \dots, n$ . Такая процедура выполняется для всех  $t$  моментов времени. В итоге для каждого объекта получается последовательность (траектория) из  $t$  позиций. В каждой позиции находится  $(r+1)$  число, первое из которых – это номер класса, к которому относился этот объект в соответствующий момент времени, а последующие числа – это значения расстояний до центров классов в тот же момент времени. Требуется спрогнозировать номер класса (тип объекта), к которому будет относиться каждый объект в момент времени  $t_{m+1}$ .

### 3. АЛГОРИТМ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ

В качестве прогнозной модели для каждого объекта используется марковская цепь с  $r$  состояниями, то есть на каждом шаге рассчитываются элементы матрицы переходных вероятностей  $P = \|p_{ji}\|$ ,  $j = 1, \dots, n$ ;  $i = 1, \dots, r$ . Разработан специальный алгоритм пересчёта на каждом шаге соответствующих переходных вероятностей  $p_{ji}$  с использованием информации о значениях расстояний до центров классов и условия нормировки  $\sum_{i=1}^r p_{ji} = 1$  для всех  $j = 1, \dots, n$ . Алгоритм работает следующим образом. Пусть после первого шага, для точек  $x_j(t_1)$  подсчитаны расстояния до эталонов  $R_{ji}^{(1)} = R(x_j(t_1), a_i(t_1))$ ,  $i = 1, \dots, r$ ,  $j = 1, \dots, n$ . Тогда, элементы матрицы переходных вероятностей  $p_{ji}^{(1)} = p_{ji}(t_1)$  рассчитываются следующим образом:

$$p_{ji}^{(1)} = \frac{\alpha_j^{(1)}}{R_{ji}^{(1)}}, \quad (1)$$

где нормирующий множитель  $\alpha_j^{(1)}$  определяется выражением:

$$\alpha_j^{(1)} = \frac{\prod_{i=1}^r R_{ji}^{(1)}}{\sum_{l=1}^r \frac{1}{R_{jl}^{(1)}} \prod_{i=1}^r R_{ji}^{(1)}}.$$

На  $s$ -ом шаге элементы матрицы переходных вероятностей (1) модифицируются при помощи следующей процедуры. Введем обозначения:  $\Delta R_{ji}^{(s)} = R_{ji}^{(s-1)} - R_{ji}^{(s)}$ ;

$\Delta \hat{R}_{ji}^{(s)} = \frac{R_{ji}^{(s-1)} - R_{ji}^{(s)}}{R_{ji}^{(s-1)} + R_{ji}^{(s)}}$ . Если  $j$ -ая точка совпадает с эталоном  $i_0$ -го класса ( $x_j(t_s) = a_{i_0}(t_s)$ ), т.е.  $R_{ji_0}^{(s)} = 0$ , то  $p_{ji}^{(s)} = \begin{cases} 1, & \text{если } i = i_0, \\ 0, & i = 1, \dots, r, i \neq i_0 \end{cases}$ . Другими словами, если точка совпадает с эталоном некоторого класса, то вероятность для этой точки останется в этом классе равна 1, а вероятность перехода в другой класс равна 0.

Для случая, когда  $R_{ji_0}^{(s)} \neq 0$ , происходит модификация всех переходных вероятностей по следующей схеме:

$$p_{ji}^{(s)} = \gamma \left[ p_{ji}^{(s-1)} + \left( \frac{1 + sign(\Delta R_{ji}^{(s)})}{2} - p_{ji}^{(s-1)} sign(\Delta R_{ji}^{(s)}) \right) \Delta \hat{R}_{ji}^{(s)} \right], \quad (2)$$

где, как обычно:  $sign(z) = \begin{cases} 1, & \text{если } z \geq 0, \\ -1, & \text{если } z < 0 \end{cases}$ , а  $\gamma$ -нормирующий множитель, определяемый условием нормировки переходных вероятностей  $\sum_{i=1}^r p_{ji}^s = 1$ :

$$\gamma = \frac{1}{1 + \left( \frac{1 + sign(\Delta R_{ji}^{(s)})}{2} - p_{ji}^{(s-1)} sign(\Delta R_{ji}^{(s)}) \right) \Delta \hat{R}_{ji}^{(s)}}.$$

Введение в (2) величины  $sign(\Delta R_{ji}^{(s)})$  вызвано необходимостью производить различными способами модификацию переходных вероятностей для случаев увеличения и уменьшения расстояния от точки  $x_j(t_s)$  до эталонов классов  $a_i(t_s)$  на  $s$ -ом шаге. А именно: в случае уменьшения величины  $R_{ji}^{(s)}$  по отношению к  $R_{ji}^{(s-1)}$  (т.е.  $\Delta R_{ji}^{(s)} < 0$ ) изменение соответствующей переходной вероятности происходит за счёт её увеличения на некоторую долю от  $(1 - p_{ji}^{(s-1)})$ ; а в случае увеличения величины  $R_{ji}^{(s)}$  по отношению к  $R_{ji}^{(s-1)}$  (т.е.  $\Delta R_{ji}^{(s)} > 0$ ) изменение соответствующей переходной вероятности происходит за счёт её уменьшения на некоторую долю от  $p_{ji}^{(s-1)}$ . Это необходимо для выполнения условий нормировки для переходных вероятностей  $0 < p_{ji}^{(s)} < 1$ ,  $i = 1, \dots, r$ .

Построенная при помощи описанного выше алгоритма матрица переходных вероятностей  $\mathbf{P}$  используется для прогнозирования принадлежности объекта тому или иному классу. На практике обычно используется не рандомизированная, а байесовская схема, когда объект относится к тому классу  $i_0$ , для которого  $p_{ji_0} = \max_{i=1, \dots, r} p_{ji}$ . В случае равенства переходных вероятностей  $p_{ji}$  для прогнозируемого объекта для двух или нескольких классов, он относится к классу с наименьшим номером.

#### 4. МОДИФИКАЦИИ

Разработана модификация процедуры прогнозирования, когда классификация объектов задаётся заранее (например, экспертным путём) и в последующем остаётся неизменной.

Разработан также вариант алгоритма «с памятью», когда используются данные только об  $s$  прошлых состояниях множества объектов ( $s$  – глубина памяти алгоритма).

Оказалось, что для некоторых приложений (с достаточно высоким уровнем помех при измерении параметров) существенно более эффективным оказывается использование алгоритмов размытой классификации, в том числе с фоновым классом [2].

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработанная методология использовалась при анализе и совершенствовании процедур принятия решений для нескольких больших систем управления, в основном регионального характера, в том числе – региональная система управления здравоохранением, пассажирскими перевозками, система анализа, управления и прогнозирования социально-экономического развития субъектов РФ и др. Во всех приложениях, а также при машинном моделировании была подтверждена высокая эффективность разработанной методики структурно-классификационного анализа и прогнозирования.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дорофеюк А.А., Дорофеюк Ю.А. Методы структурно-классификационного прогнозирования многомерных динамических объектов / Искусственный интеллект, № 2, 2006. – С.138-141.
2. Бауман Е.В., Дорофеюк А.А. Классификационный анализ данных / Труды Международной конференции по проблемам управления. Том 1. – М.: СИНТЕГ, 1999. – С. 62-67.
3. Статистическое моделирование и прогнозирование. Сборник под ред. Гранберга А.Г. . – М.: Финансы и статистика, 1990. – 382 с.
4. Дорофеюк Ю.А. Комплексный алгоритм автоматической классификации и его применение для анализа и принятия решений в больших системах управления. / Теория активных систем. Труды международной научно-практической конференции. / - М.: ИПУ РАН. 2007. – С. 39-42.
5. Браверман Э.М., Мучник И.Б. Структурные методы обработки эмпирических данных – М.: Наука, 1983.
6. Айзерман М.А., Браверман Э.М., Розонэр Л.И. Метод потенциальных функций в теории обучения машин. М.: Наука. 1970.

*Статья поступила в редакцию 27.04.2008*